BENEDYKT BORNSTEIN

Logika dialektyczna a logika matematyczna

W Nr 3-4 "Myśli Współczesnej" z r. 1946 prof. Adam Schaff zamieścił rozprawę p.t. "Zasada sprzeczności w świetle logiki dialektycznej", poruszającą niezwykle ważny temat stosunku logiki klasycznej (arystotelesowskiej i scholastycznej) do logiki dialektycznej. W wyniku swych rozważań Autor dochodzi do wniosku, który uważamy w zasadzie za słuszny, że "nie ma mowy o wyrugowaniu jednego z rywalizujących systemów przez drugi. Nie ma też mowy o detronizacji logiki formalnej; raczej idzie o zniesienie jej monarchii absolutnej i wprowadzenie swoistego systemu dwuwładzy z przyznaniem pierwszeństwa logice dialektycznej. W każdym razie nie ma mowy o pozbawieniu dialektyki tak doskonałego oręża technicznego, jakim jest logika matematyczna - wykwit logiki formalnej."(str.352,3). Jednakże jeżeli chodzi o kooperację logiki dialektycznej i matematycznej, którą Autor ocenia jako korzystną dla obydwóch stron, to najwidoczniej uważa on ją jednak za rzecz niełatwą do osiągnięcia, gdyż parę wierszy poniżej cytowanego ustępu czytamy: "Czy metoda matematyczna mogłaby zostać zastosowana bezpośrednio do dialektyki po jej sformalizowaniu, jest rzeczą wątpliwą i wydaje się niecelowe." Jeżeli jednak logika matematyczna ma być narzędziem dialektyki, to metoda matematyczna musi znaleźć zastosowanie bezpośrednie w dialektyce. I w istocie rzeczy zastosowanie takie znajduje - jak to postaramy się poniżej wykazać. Również i stosunek logiki dialektycznej do zmatematyzowanej logiki klasycznej zyska w swym sformułowaniu na precyzji, gdy logika dialektyczna stanie w swej szacie matematycznej na równym poziomie z klasyczną logiką algebraiczną i na tym poziomie będzie mogła być z nią porównana.

Wychodzimy z potocznego, szerokiego pojmowania logiki dialektycznej jako logiki, uznającej łączenie się przeciwieństw[1], ich jednię czy zbieżność, w przeciwieństwie do logiki klasycznej, arystotelesowskiej, nieuznającej takiego łączenia się elementów przeciwnych, gdyż przeczyłoby ono jakoby podstawowej zasadzie logiki, zasadzie sprzeczności. Powyższe pojmowanie logiki dialektycznej nazwaliśmy szerokim, gdyż bliżej nie precy-

---

[1] Lepiej: elementów przeciwstawnych, t.j. zarówno przeciwnych (biegunowych) jak i właściwie negatywnych.

zuje ono natury i stosunku łączących się elementów przeciwnych. Otóż musimy tu odróżnić dwa pierwszorzędnej wagi przypadki. Pierwszy, kiedy te elementy antytetyczne są również i antagonistyczne, są z sobą w walce, w zmaganiu się, w rywalizacji; drugi - kiedy między tymi elementami nie ma walki, lecz, przeciwnie, zachodzi współdziałanie, kiedy te elementy przeciwne są wyraźnie elementami dopełniającymi się wzajemnie.

Kiedy mowa o walce elementów przeciwstawnych, które oznaczamy przez a i a' (negacja a), to musimy odróżnić trzy możliwości: albo a jest słabsze od a', albo a' jest słabsze od a, albo a i a' są równosilne. Dla oznaczenia terminu "słabszy" użyjemy znaku $<$. Jest to znak mniejszości, zawierania się, który w algebrze logiki, jako matematyce jakościowej, ma znaczenie jakościowe i wzięty w sensie dynamicznym będzie oznaczał w formule $a < a'$, że a jest dynamicznie mniejsze od a', czyli od a' słabsze. Tak że te trzy możliwości stosunków między elementami przeciwstawnymi w walce będą się symbolizowały jako:

$$a < a', \quad a' < a \quad \text{i} \quad a = a',$$

gdzie znak = jest znakiem równoważności, a w interpretacji dynamicznej - równosilności.

Jak przed chwilą jednak wspomnieliśmy, między elementami przeciwnymi (przeciwstawnymi) może istnieć inny jeszcze stosunek, stosunek współdziałania, stosunek nieantagonistyczny. Wyrazi się on algebraicznie jako nieistnienie (przekreślenie) stosunków zmagania się, stosunków przewagi i jej odwrotności, a więc jako:

$$a \not< a', \quad a' \not< a, \quad a \neq a'.$$

Tak oto logika dialektyczna, szeroko pojmowana jako logika łączenia się przeciwieństw, rozpada się na dwa ściśle powyżej od siebie odgraniczone działy, odpowiednio do tego, czy przeciwieństwa łączą się w walce, czy też w harmonijnym współdziałaniu. Logiką dialektyczną w węższym, ściślejszym tych słów znaczeniu będzie tylko logika walczących z sobą przeciwieństw, w której stosunki typu $a' < a$ (czy $a < a'$) wydają się rażąco przeczyć zasadzie sprzeczności, jako że wtedy dany element zawiera w sobie swoją negację.

Rozpatrzmy teraz, po tych ścisłych sformułowaniach, jaki jest stosunek logiki klasycznej do logiki dialektycznej. Musimy tu odróżnić wyraźnie logikę klasyczną, dawną, niezmatematyzowaną i logikę klasyczną w nowej, zmatematyzowanej postaci. Zarówno jedna jak i druga odrzucają stosunki charakteryzujące logikę dialektyczną w węższym tego słowa znaczeniu,

logikę walki przeciwieństw,wyrażoną przez stosunki: $a < a'$, $a' < a$, $a = a'$. Jednakże jeżeli chodzi o łączenie się przeciwieństw w ogóle, to widzimy w obrębie logiki klasycznej wyraźne różnice. Niezmatematyzowana logika klasyczna odrzuca a limine wszelką w ogóle możliwość łączenia się przeciwnych elementów, zarówno walczących z sobą jak i współdziałających; według niej elementy przeciwne wyłączają się całkowicie, nie mogą w ogóle mieć z sobą kontaktu ani we współdziałaniu, ani w walce. Inaczej jednak przedstawia się ta sprawa w zmatematyzowanej logice klasycznej. Odrzucając stosunki $a < a'$, $a' < a$ i $a = a'$, uznaje ona jednak zasadę: $a + a' = 1$ (gdzie 1 jest to maksimum logiczne,pojęcie całości, pojęcie o treści najbogatszej; znak zaś + oznacza konjunkcję, złączenie). Tym samym jednak uznaje ona łączenie się przeciwieństw, łączenie w harmonijnym dopełnianiu się do całości.[1] Okazuje się więc, że w logice klasycznej zmatematyzowanej znajdujemy jednak pewne momenty dialektyczne.

Lecz co dziwniejsza, w tej logice odnajdujemy również elementy ściśle dialektyczne, t.j. zawierające w sobie swą własną negację. Wprawdzie nie będą to elementy a i a', wzmiankowany jednak stosunek napotkamy między elementami granicznymi 1 (maksimum logiczne) i 0 (minimum logiczne czyli pojęcie najmniej określone, najogólniejsze, pojęcie przedmiotu w ogóle). Istnieje bowiem w algebrze logiki,matematyzującej system logiki klasycznej, twierdzenie, że

$$0 < 1,$$

czyli że maksimum logiczne zawiera w sobie minimum logiczne. Twierdzenie to nie zawiera w sobie zresztą nic paradoksalnego, jest rzeczą bowiem

---

[1] Zwracamy tu uwagę na to, że całą sprawę rozpatrujemy tu z punktu widzenia logiki pojęć (nazw), nie zaś z punktu widzenia logiki sądów (zdań) ważnej dla metodologii systemów dedukcyjnych, posiadającej jednak znaczenie o wiele mniejsze dla ontologii; logikę pojęć traktujemy przy tym treściowo, nie zaś zakresowo. Gdybyśmy jednak chcieli naszą sprawę dialektyczną, sprawę jedności elementów (cech) przeciwstawnych ($a + a'$) przedstawić za pomocą logiki sądów, to moglibyśmy to uczynić za pomocą zespołu takich dwóch sądów a i a': x posiada cechę a i x posiada cechę a'. Nie można jednak pod żadnym pozorem powyższego zespołu sądów mieszać z takim: x posiada cechę a i x nie posiada cechy a, który jest zespołem sprzecznym (por. niżej).

zupełnie zrozumiałą, że pojęcie najbogatsze obejmuje sobą, zawiera w sobie wszelkie inne pojęcia mniej bogate, mniej określone, a więc i pojęcie najmniej określone, symbolizowane przez 0. Dotychczas nie widzimy tu jeszcze żadnych wyraźnych momentów dialektycznych. Zjawią się one jednak natychmiast, gdy uświadomimy sobie tę elementarną prawdę algebraiczno-logiczną, która stwierdza, że 0 logiczne jest negacją 1 logicznej, innymi słowy, że formuła $0 < 1$ głosi zawieranie się w elemencie 1 jego negacji. Jako taka, formuła ta zdradza istnienie momentu ściśle dialektycznego, ukrytego na granicach logiki klasycznej, momentu, który wydaje się już rażąco przeczyć zasadzie sprzeczności, gdyż w łonie samego przedmiotu (1) stwierdza istnienie jego negacji (0). A jednak, mimo wszystko, system algebry logiki uchodzi za system bezsprzeczny - może więc nie ma tu żadnej sprzeczności. Bliższe rozpatrzenie tej kwestii rzuci może nieco światła na istotę zasady sprzeczności i jej stosunek do logiki dialektycznej.

x x

x

Zasadę sprzeczności uważamy za zasadę prawdziwą w tym tylko jej ontologicznym sformułowaniu, które powiada, że żadna cecha nie może równocześnie i pod tym samym względem przynależeć i nie przynależeć temu samemu przedmiotowi. Gdybyśmy jednak nieprzynależenie cechy a do przedmiotu uważali jako negację cechy a czyli jako cechę a', a więc gdybyśmy zasadę sprzeczności odpowiednio formułowali w ten sposób, że temu samemu przedmiotowi nie może równocześnie przynależeć cecha a i jej negacja a' - to postąpilibyśmy bezzasadnie i ex definitione usunęlibyśmy logikę dialektyczną poza obręb zasady sprzeczności. Postępowanie takie nazwaliśmy bezzasadnym, gdyż nie ma żadnych danych, ażeby negację pewnej cechy (a') uważać za coś mniej egzystencjalnego od jej pozycji (a) i rozumieć ją jako nieistnienie w przedmiocie cechy a. Co jest negacją cechy a, na to mamy w logice algebraicznej ściśle kryteria i definicje, i opierając się na nich stwierdzamy właśnie, że w jedności logicznej zawiera się jej negacja, zero; to jednak nie przeczy w najmniejszym nawet stopniu ostrożnie sformułowanej zasadzie sprzeczności, jak nie przeczy również naszej intuicji logicznej. Musimy odzwyczaić się wreszcie od dowolnego uważania negacji cechy a za nieistnienie cechy a i nauczyć się rozumieć przez nią wszelki element spełniający formalne wzory określające negację. Wtedy się okaże, że negacją danego elementu może być element egzystencjalnie pozytywny, który godzi się doskonale

w myśli i rzeczywistości z pozycją danego elementu bez żadnej ujmy dla zasady sprzeczności w jej skromnej zresztą i wąsko ograniczonej postaci.

Otóż jak nie ma sprzeczności we wzorze $0 < 1$, tak samo nie ma jej we wzorach ogólniejszych typu $a' < a$, wyrażających w ogóle zawieranie się negacji w pozycji. Nie tylko logika przeciwieństw dopełniających się harmonijnie, lecz i logika ściśle dialektyczna, logika walki przeciwieństw nie wybiega poza ramy prawidłowo sformułowanej zasady sprzeczności.[1]

Z tych więc względów nie bylibyśmy skłonni nazywać dialektykę "logiką sprzeczności"- jak to się zwykle czyni i jak to czyni również prof. Schaff - chociaż jest ona logiką jedności przeciwieństw, jedności elementu pozytywnego i jego negacji, które to elementy - względem siebie negatywne - z wyłożonych wyżej względów nie chcielibyśmy nawet nazywać przyjętym dla nich mianem elementów sprzecznych.[2]

Jak widać z powyższych rozważań, logika matematyczna, respektująca zasadę sprzeczności, nie ma żadnych danych do nieuznawania logiki dialektycznej, tym bardziej że sama, jak to widzieliśmy, naprowadza na istnienie pewnych momentów dialektycznych nawet w logice klasycznej. Dlatego też jest rzeczą naturalną, że logika dialektyczna może przybrać charakter matematyczny, i ta aparatura algebraiczna pozwoliła nam ściśle wyrazić jej cechy charakterystyczne, a wewnątrz logiki dialektycznej wyodrębnić logikę harmonii i logikę walki, w której już momenty dialektyczne znajdują najwyższe nasilenie.

x x

x

Pozostaje nam jeszcze rozpatrzyć pokrótce realne zastosowanie logiki dialektycznej w jej matematycznej postaci. Bliżej sprawami tymi zajmowaliśmy się w II i III tomie naszej "Architektoniki świata" (Warszawa, Gebethner i Wolff, 1934 - 1936). Pomiędzy przykładami ontologicznego znaczenia struktur dialektycznych podaliśmy tam system logiki akustycznej, mianowicie logiki tonów harmonicznych, który ściśle ujmuje stronę jakościową odnośnych stosunków dźwiękowych

---

[1] Podobnie też nie widzimy sprzeczności w zjawisku ruchu, lecz rozpatrzenie tego zagadnienia wybiega już poza ramy, jakie tutaj zakreśliliśmy sobie.

[2] Oczywiście, istnieją pojęcia względem siebie negatywne, które są sprzeczne, i logika klasyczna całkowicie słusznie nie uznawała możliwości ich połączenia. Nam jednak chodzi tu o to tylko, ażeby z góry nie uważać wszelkiej pary pojęć względem siebie negatywnych za pojęcia sprzeczne.

dzięki odwzorowaniu działań i stosunków logicznych w dziedzinie arytmetyczno-akustycznej. W systemie tym negacją dźwięku a (t.j. dźwięku o częstości drgań a) okazuje się ton a' o częstości odwrotnej, t.j. o częstości $\frac{1}{a}$, ton symetryczny względem tonu a. Otóż łatwo można wykazać, posiłkując się znanym określeniem tonów harmonicznych jako takich, których częstości drgań są wielokrotnościami danego tonu, że ton a zawiera się w dźwięku a', (czy- ~~w dźwięku~~ li $a < a'$), że więc w dźwięku a zawarta jest jego negacja.[1]

Mamy tu więc do czynienia z systemem matematycznej logiki dialektycznej, odwzorowującym doskonale dialektyczne stosunki realne, stosunki akustyki fizycznej (i psychologicznej).

Lecz może najciekawsze zastosowanie dialektycznej logiki matematycznej do dziedziny realnej będzie to, które otrzymamy, gdy weźmiemy pod uwagę dziedzinę genetyki mendlowskiej; przede wszystkim pierwsze prawo Mendla, prawo jednotypowości pierwszego pokolenia mieszańców. Prawo to głosi, że jeżeli za pokolenie wyjściowe weźmiemy dwa osobniki rodzicielskie o cechach przeciwstawnych (allelomorficznych), np. wzrost wysoki i karłowaty lub włos krótki i długi itp., to pierwsze pokolenie mieszańców nie będzie się składało z osobników reprezentujących bądź jedną, bądź drugą z tych cech przeciwstawnych, lecz wszystkie mieszańce będą jednego tylko typu, będą reprezentowały tylko cechę silniejszą, "dominującą" (według terminologii Mendla),[2] gdy tymczasem druga cecha, słabsza, okaże się zmuszoną do ustąpienia, będzie cechą "recesywną". Jak widzimy, znajdujemy się tu na terenie ściśle dialektycznym, na terenie walki elementów organicznych, zawiązków dziedzicznych ~~zawiązków dziedzicznych~~ (genów). Zobaczmy, jak logika algebraiczna ~~ujmuje~~ ujmuje tę sprawę łączenia się dwóch elementów przeciwstawnych, z których jeden jest silniejszy od drugiego. Niechaj element słabszy, "recesywny", będzie a, zaś element przeciwstawny, przy tym silniejszy, "dominujący", niechaj będzie a'. Będziemy więc mieli $a < a'$, i trzeba zbadać, co wynika z tego, jeżeli chodzi o połączenie tych elementów przeciwstawnych, a więc co się da powiedzieć o sumie $a + a'$, która reprezentuje mieszańca pochodzącego ze zlania się

---

[1] Ta negacja a' elementu a jest tonem względem niego przeciwstawnym tylko w tym znaczeniu, że częstość tonu a' jest odwrotnością częstości a. Lecz zawieranie się w danym tonie tonu w ten sposób przeciwstawnego nie tylko nie zawiera w sobie sprzeczności żadnej, lecz nawet jest pozbawione wszelkiej paradoksalności.

[2] Przypadek cech równosilnych pomijamy, jako dla nas tutaj nieistotny.

tych elementów. Otóż mamy w algebrze logiki twierdzenie, które pozwala nam przejść od stosunku zawierania między dwoma elementami do ich sumy. Twierdzenie to (a właściwie definicja) głosi, że

$$a < b = (a + b = b)$$

To znaczy, że jeżeli a zawiera się w b, to przez dodanie tego a do b nie ulegnie już b zmianie i vice versa. Element ten nie ulegnie tu zmianie dlatego oczywiście, że jeszcze przed dodaniem a już to a w sobie zawierał. Zamiast b możemy w obydwóch stronach powyższego równania podstawić a' i otrzymamy wtedy:

$$a < a' = (a + a' = a').$$

Mamy tu ścisłą definicję dominanty, wzgl. recesywu. Brzmieć ona będzie: jeżeli a' jest dominantą (a zaś recesywem), to połączenie tych elementów daje w rezultacie (zawsze tylko) jeden element, mianowicie dominantę i vice versa. Mamy tu równocześnie przed sobą odpowiednik logiczny prawa Mendla o jednotypowości pierwszego pokolenia mieszańców, wyrażony w terminach algebraicznej logiki dialektycznej. Okazuje się bowiem prawem logiczno-ontologicznym, że jeżeli z dwóch łączących się elementów jeden jest jakościowo silniejszy od drugiego, to otrzymany w rezultacie element jest typu silniejszego.

Widzimy tu, że ~~przyjęcie jedności~~ pojęcie jedności i walki przeciwieństw mają swe odpowiedniki realne w świecie organicznym i że z drugiej strony nadają się one doskonale do przybrania formy matematycznej. Bez pomocy tej matematycznej logiki dialektycznej wiele zjawisk świata realnego nie da się zupełnie ująć i zrozumieć. Być może, że podniesienie dialektyki do poziomu ścisłej, matematycznej nauki oraz świadomość, że - jak staraliśmy się tu wykazać - nie jest ona "logiką sprzeczności" wpłynie na to, że niechętny do logiki dialektycznej stosunek ulegnie z czasem zasadniczej zmianie.

1946 r.